

## ✓ ПРИМЕР РАСЧЕТА ПЛОСКОЙ РАМЫ МЕТОДОМ СИЛ

Для заданной расчетной схемы рамы (рисунок 1) требуется: построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил, выполнить необходимые проверки.

Исходные данные: нагрузки  $F = 16$  кН,  $q = 22$  кН/м; длины стержней  $l = 5$  м,  $h = 4$  м, коэффициент  $k = 0,7$ ;  $EJ = 10^7$  Н·м<sup>2</sup>.

**Степень статической неопределимости.**

Правую шарнирно-неподвижную опору рамы изобразим в виде шарнира (рисунок 2). Вычислим степень статической неопределимости:

$$s = 3K - \text{III} = 3 \cdot 1 - 1 = 2.$$

Здесь  $K = 1$  – число замкнутых контуров,  $\text{III} = 1$  – количество простых шарниров. Так как  $s = 2$ , то система два раза статически неопределима.

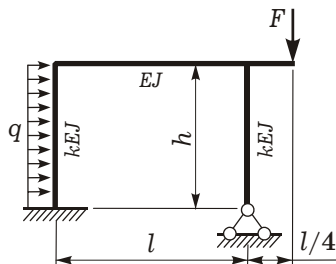


Рисунок 1

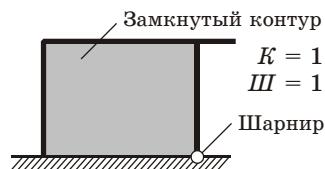


Рисунок 2

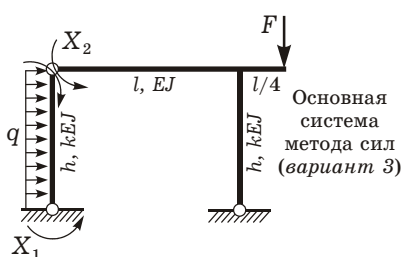
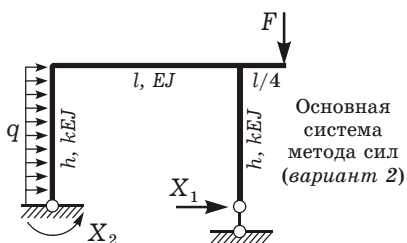
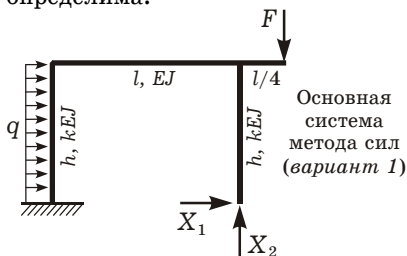


Рисунок 3

**Выбор основной системы.** Основная система метода сил – это статически определимая система, полученная из заданной путем отбрасывания лишних связей.

Для того, чтобы основная и заданная системы были эквивалентными, к основной системе, кроме внешней нагрузки, прикладывают дополнительные усилия, представляющие собой реакции отброшенных связей.

Приведем три варианта основной системы (рисунок 3). Поясним каждый из них.

**Вариант 1** предполагает отбрасывание шарнирно-неподвижной опоры. Получаем ломаный брус, заделанный левым концом, к которому дополнительно приложены две неизвестные сосредоточенные силы  $X_1, X_2$ .

**В варианте 2** жесткую заделку заменяем шарниром, а шарнирно-неподвижную опору – шарнирно-подвижной. При этом к системе прикладываем неизвестные силу  $X_1$  и момент  $X_2$ .

**Вариант 3** получаем, заменяя заделку шарнирно-неподвижной опорой и вводя простой шарнир в узел рамы. В качестве неизвестных прикладываем сосредоточенный момент  $X_1$ , а также

два равных и противоположно направленных момента  $X_2$ . (Усилие  $X_2$  имеет смысл внутреннего изгибающего момента, т. е. при составлении уравнений равновесия всей системы его суммарный момент будет равен нулю).

Для расчета выбираем третий вариант основной системы, так как эпюры изгибающих моментов для него получатся наиболее простыми. Следовательно, при их перемножении количество подсчетов будет наименьшим.

Проводим кинематический анализ принятой основной системы. Число степеней свободы определяем по формуле:

$$W = III - 3K = 3 - 3 \cdot 1 = 0,$$

где  $III = 3$  – количество простых шарниров;

$K = 1$  – число замкнутых контуров.

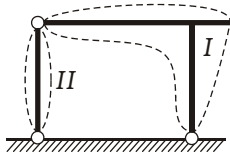


Рисунок 4

Необходимое условие геометрической неизменяемости ( $W \leq 0$ ) выполняется. Анализируем геометрическую структуру конструкции. Диски  $I$ ,  $II$  и земля соединены тремя шарнирами, не лежащими на одной прямой. Следовательно, выбранная основная система метода сил геометрически неизменяема и, так как  $W = 0$ , статически определима.

**Система канонических уравнений.** Рама два раза статически неопределима, следовательно, канонические уравнения представляют собой систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $X_1, X_2$  – неизвестные усилия (для выбранной основной системы – изгибающие моменты);  $\delta_{km}$  – перемещение по направлению усилия  $X_k$  от действия единичного усилия, приложенного по направлению  $X_m$ <sup>1)</sup>;  $\Delta_{kp}$  – перемещение по направлению усилия  $X_k$  от действия внешней нагрузки ( $k, m = 1, 2$ ).

Единичные перемещения  $\delta_{11}, \delta_{22}$  называются *главными*, они всегда положительны;  $\delta_{12}, \delta_{21}$  – *побочные* единичные перемещения, в соответствии с теоремой Максвелла  $\delta_{12} = \delta_{21}$ .

#### Построение единичных и грузовой эпюры изгибающих моментов.

**Эпюра  $M_1$ .** К основной системе прикладываем только  $\bar{X}_1 = 1$  (единичное усилие по направлению  $X_1$ ) (рисунок 5, а). В опорных шарнирах  $A$  и  $B$  возникают четыре составляющие опорных реакций:  $H_A, V_A, H_B, V_B$ . Нет необходимости вычислять их все. Определим только те, которые нужны для расчета ординат эпюры  $M_1$ .

Мысленно рассечем раму по шарниру  $C$ . Составим уравнение равновесия моментов левой части относительно точки  $C$ , из которого найдем  $H_A$ :

$$\sum M_C^{\text{лев}} = \bar{X}_1 - H_A h = 0; \quad H_A = \bar{X}_1 / h = 1/h.$$

Из уравнения проекций всех сил на горизонтальную ось определим  $H_B$ :

$$\sum Z = H_B - H_A = 0; \quad H_B = H_A = 1/h.$$

<sup>1)</sup> Иными словами  $\delta_{km}$  – перемещение по направлению усилия  $X_k$ , вызванное усилием  $X_m = 1$ .

Вычислим ординаты эпюры  $\overline{M}_1$  в характерных точках. При этом подсчитаем только абсолютные значения моментов и укажем, какие волокна они растягивают.

$$\overline{M}_1^{(C)} = \overline{M}_1^{(B)} = \overline{M}_1^{(K)} = 0; \quad \overline{M}_1^{(A)} = \overline{X}_1 = 1 \text{ (растянуты внешние волокна);}$$

$$\overline{M}_1^{(E)} = \overline{M}_1^{(D)} = H_B h = (1/h)h = 1 \text{ (растянуты внутренние волокна).}$$

По полученным ординатам строим эпюру  $\overline{M}_1$  (см. рисунок 5, а). Следует заметить, что эпюра безразмерная, так как она построена от воздействия единичного изгибающего момента  $\overline{X}_1 = 1$ .

*Эпюра  $\overline{M}_2$ .* К основной системе прикладываем только момент  $\overline{X}_2 = 1$  (рисунок 5, б). Определим необходимые составляющие опорных реакций. Мысленно рассечем раму по шарниру С. Составим уравнение равновесия моментов левой части относительно точки С, из которого найдем  $H_A$ :

$$\sum M_C^{\text{лев}} = H_A h - \overline{X}_2 = 0; \quad H_A = \overline{X}_2/h = 1/h.$$

Из уравнения проекций всех сил на горизонтальную ось определим  $H_B$ :

$$\sum Z = H_B - H_A = 0; \quad H_B = H_A = 1/h.$$

Вычислим ординаты эпюры  $\overline{M}_2$  в характерных точках.

$$\overline{M}_2^{(A)} = \overline{M}_2^{(B)} = \overline{M}_2^{(K)} = 0; \quad \overline{M}_2^{(C)} = \overline{X}_2 = 1 \text{ (растянуты внешние волокна);}$$

$$\overline{M}_2^{(E)} = \overline{M}_2^{(D)} = H_B h = (1/h)h = 1 \text{ (растянуты внешние волокна).}$$

По полученным ординатам строим эпюру  $\overline{M}_2$  (см. рисунок 5, б). Она также безразмерная.

*Эпюра  $M_p$ .* К основной системе прикладываем только заданную внешнюю нагрузку (рисунок 5, в). Определим необходимые составляющие опорных реакций. Составим уравнение равновесия моментов левой части относительно точки С, из которого найдем  $H_A$ :

$$\sum M_C^{\text{лев}} = qh^2/2 - H_A h = 0; \quad H_A = qh/2.$$

Из уравнения проекций всех сил на горизонтальную ось определим  $H_B$ :

$$\sum Z = qh - H_B - H_A = 0; \quad H_B = qh - H_A = qh - qh/2 = qh/2.$$

Вычислим ординаты эпюры  $M_p$  в характерных точках.

$$\overline{M}_2^{(A)} = \overline{M}_2^{(C)} = \overline{M}_2^{(B)} = 0; \quad \overline{M}_2^{(K)} = Fl/4 = 16 \cdot 5/4 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\overline{M}_2^{(E)} = H_B h = qh^2/2 = 22 \cdot 4^2/2 = 176 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\overline{M}_2^{(E)} = H_B h + Fl/4 = qh^2/2 + Fl/4 = 22 \cdot 4^2/2 + 16 \cdot 5/4 = 196 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определим значение момента в точке L (посередине участка AC):

$$\overline{M}_2^{(L)} = H_A h/2 - qh^2/8 = qh^2/8 = 22 \cdot 4^2/8 = 44 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Полученные ординаты отложим на эпюре  $M_p$  со стороны растянутых волокон (см. рисунок 5, в).

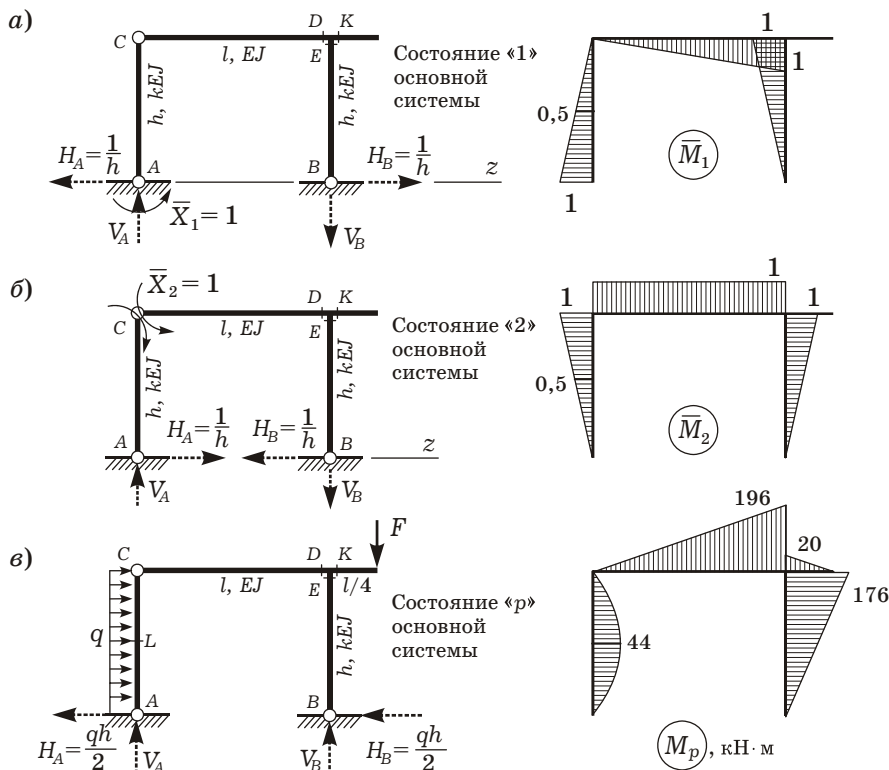


Рисунок 5

**Вычисление единичных и грузовых перемещений.** Для определения перемещений, являющихся коэффициентами канонических уравнений, применим метод Мора. При этом влиянием продольных и поперечных сил пренебрегаем и считаем, что перемещения обусловлены только действием изгибающих моментов. Используем следующие формулы:

$$\delta_{km} = \sum \int_l \frac{\bar{M}_k \bar{M}_m}{EJ} dz; \quad \Delta_{kp} = \sum \int_l \frac{\bar{M}_k M_p}{EJ} dz \quad (k, m = 1, 2).$$

Все стержни рамы прямолинейны, их жесткость постоянна. Для перемножения соответствующих эпюр воспользуемся способом Симпсона.

$$\delta_{11} = \frac{l}{6EJ} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{h}{6kEJ} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{h}{6kEJ} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{5 \cdot 2}{6EJ} + \frac{4 \cdot 2}{6 \cdot 0,7EJ} \cdot 2 = \frac{5,4762}{EJ};$$

$$\begin{aligned} \delta_{22} &= \frac{l}{6EJ} (2 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1) + \frac{h}{6kEJ} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{h}{6kEJ} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = \\ &= \frac{5 \cdot 6}{6EJ} + \frac{4 \cdot 2}{6 \cdot 0,7EJ} \cdot 2 = \frac{8,8095}{EJ}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{12} = \delta_{21} &= \frac{-l}{6EJ} (2 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1) + \frac{h}{6kJ} \cdot 1 \cdot 1 - \frac{h}{6kJ} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = \\
&= \frac{-5 \cdot 3}{6EJ} + \frac{4}{6 \cdot 0,7EJ} - \frac{4 \cdot 2}{6 \cdot 0,7EJ} = \frac{-3,4524}{EJ}; \\
\Delta_{1p} &= \frac{-l}{6EJ} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 196 - \frac{h}{6kJ} \cdot 4 \cdot 0,5 \cdot 44 - \frac{h}{6kJ} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 176 = \\
&= \frac{-5 \cdot 392}{6EJ} - \frac{4 \cdot 88}{6 \cdot 0,7EJ} - \frac{4 \cdot 352}{6 \cdot 0,7EJ} = \frac{-745,714}{EJ}; \\
\Delta_{2p} &= \frac{l}{6EJ} (2 \cdot 1 \cdot 196 + 1 \cdot 196) - \frac{h}{6kJ} \cdot 4 \cdot 0,5 \cdot 44 + \frac{h}{6kJ} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 176 = \\
&= \frac{5 \cdot 588}{6EJ} - \frac{4 \cdot 88}{6 \cdot 0,7EJ} + \frac{4 \cdot 352}{6 \cdot 0,7EJ} = \frac{741,429}{EJ}.
\end{aligned}$$

Заметим, что если ординаты эпюр расположены по разные стороны от оси, то их произведение отрицательно.

**Проверка правильности вычисления перемещений.** Строим суммарную единичную эпюру  $\bar{M}_S$ , складывая ординаты эпюр  $\bar{M}_1$  и  $\bar{M}_2$  (рисунок 6):  $\bar{M}_S = \bar{M}_1 + \bar{M}_2$ . Находим условное суммарное единичное перемещение  $\delta_{ss}$ , умножая  $\bar{M}_S$  саму на себя:

$$\begin{aligned}
\delta_{ss} &= \sum_l \int \frac{\bar{M}_S^2}{EJ} dz = \frac{l}{6EJ} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{h}{6kJ} (2 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1) = \\
&= \frac{5 \cdot 2}{6EJ} + \frac{4 \cdot 6}{6 \cdot 0,7EJ} = \frac{7,3810}{EJ}.
\end{aligned}$$

С другой стороны,  $\delta_{ss}$  должно равняться сумме всех единичных перемещений

$$\begin{aligned}
\delta_{ss} &= \delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22} = \\
&= \frac{5,4762}{EJ} - 2 \cdot \frac{3,4524}{EJ} + \frac{8,8095}{EJ} = \frac{7,3809}{EJ}.
\end{aligned}$$

Результаты совпали, значит, единичные перемещения вычислены верно.

Найдем условное суммарное грузовое перемещение  $\Delta_{sp}$ , умножив эпюру  $\bar{M}_S$  на  $M_p$  (см. рисунок 5, в), а также просуммировав грузовые перемещения  $\Delta_{1p}$  и  $\Delta_{2p}$ :

$$\begin{aligned}
\Delta_{sp} &= \sum_l \int \frac{\bar{M}_S M_p}{EJ} dz = \frac{l}{6EJ} \cdot 1 \cdot 196 - \frac{h}{6kJ} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 44 = \frac{5 \cdot 196}{6EJ} - \frac{4 \cdot 176}{6 \cdot 0,7EJ} = \\
&= \frac{-4,285}{EJ}; \\
\Delta_{sp} &= \Delta_{1p} + \Delta_{2p} = \frac{-745,714}{EJ} + \frac{741,429}{EJ} = \frac{-4,285}{EJ}.
\end{aligned}$$

Совпадение результатов говорит о правильности вычисления перемещений.

**Решение системы канонических уравнений.** Найденные значения единичных и грузовых перемещений подставляем в систему канонических уравнений (1):

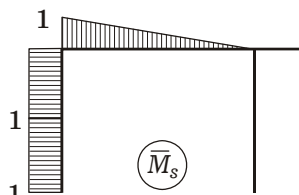


Рисунок 6

$$\begin{cases} \frac{5,4762}{EJ} X_1 - \frac{3,4524}{EJ} X_2 - \frac{745,714}{EJ} = 0; \\ -\frac{3,4524}{EJ} X_1 + \frac{8,8095}{EJ} X_2 + \frac{741,429}{EJ} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Умножим оба уравнения (2) на  $EJ$  и перенесем их свободные члены в правую часть. Получим:

$$\begin{cases} 5,4762 X_1 - 3,4524 X_2 = 745,714; \\ -3,4524 X_1 + 8,8095 X_2 = -741,429. \end{cases} \quad (3)$$

Решая систему (3), определяем неизвестные моменты  $X_1, X_2$ :

$$X_1 = 110,388 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad X_2 = -40,902 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Выполним проверку правильности вычисления  $X_1, X_2$ , подставив их значения в систему (3):

$$\begin{cases} 5,4762 \cdot 110,388 - 3,4524 \cdot (-40,902) = 745,715; \\ -3,4524 \cdot 110,388 + 8,8095 \cdot (-40,902) = -741,430. \end{cases}$$

Проверка выполняется, точность подсчетов приемлема.

**Построение эпюры изгибающих моментов в заданной системе.**

Вычислим ординаты окончательной эпюры изгибающих моментов  $M$  по формуле:

$$M = \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2 + M_p.$$

Умножим ординаты  $\bar{M}_1, \bar{M}_2$  на соответствующие значения  $X_1, X_2$ . Сложим полученные эпюры с грузовой эпюрой (рисунок 7):

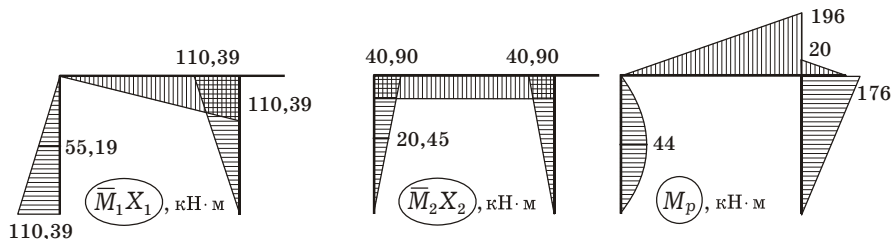


Рисунок 7

Подсчитаем значения изгибающих моментов в характерных точках заданной системы (рисунок 8, а).

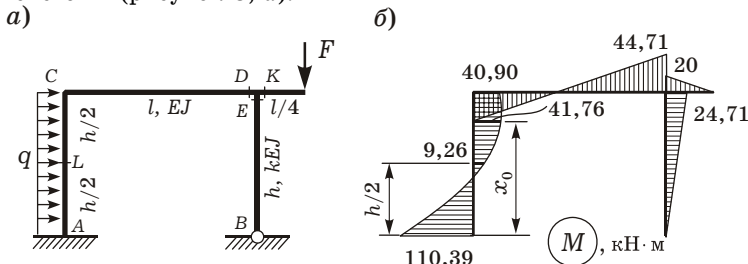


Рисунок 8

По полученным ординатам строим эпюру (рисунок 8, б). Экстремальное значение момента на участке АС определим позже, после построения эпюры поперечных сил.

**Статическая проверка эпюры М.** Вырежем жесткий узел D–E–K (рисунок 9) и выясним, находится ли он в равновесии. Составим уравнение моментов

$$\sum M = 44,71 - 24,71 - 20 = 0.$$

Узел находится в равновесии.

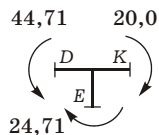


Рисунок 9

**Деформационная проверка эпюры М.** Для проверки выберем другую основную систему – вариант 1 (см. рисунок 3). Условное суммарное перемещение по направлениям неизвестных сил от совместного действия этих сил и внешней нагрузки должно равняться нулю:

$$\Delta_{sp}^* = \sum_l \int \frac{\bar{M}_s^* M}{EJ} dz = 0.$$

Здесь  $\bar{M}_s^*$  – суммарная единичная эпюра изгибающих моментов для варианта 1 основной системы. Для ее построения нагрузим раму одновременно двумя единичными усилиями  $\bar{X}_1^* = 1$ ,  $\bar{X}_2^* = 1$  (рисунок 10) и рассчитаем значения момента  $\bar{M}_s^*$  в характерных точках.

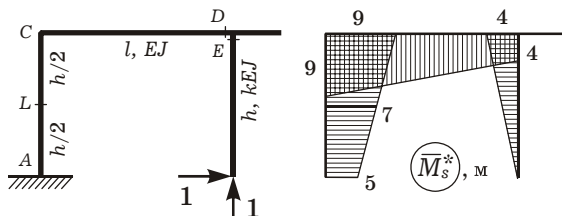


Рисунок 10

$$\bar{M}_s^{*(E)} = \bar{M}_s^{*(D)} = 1 \cdot h = 4 \text{ м}; \quad \bar{M}_s^{*(C)} = 1 \cdot h + 1 \cdot l = 4 + 5 = 9 \text{ м}; \quad \bar{M}_s^{*(A)} = 1 \cdot l = 5 \text{ м};$$

$$\bar{M}_s^{*(L)} = 1 \cdot h / 2 + 1 \cdot l = 4 / 2 + 5 = 7 \text{ м (растянуты внутренние волокна)}.$$

Подсчитаем условное суммарное перемещение

$$\Delta_{sp}^* = \frac{l}{6EJ} (2 \cdot 9 \cdot 40,90 - 2 \cdot 4 \cdot 44,71 - 9 \cdot 44,71 + 4 \cdot 40,90) + \frac{h}{6kEJ} (9 \cdot 40,90 - 5 \cdot 110,39 + 4 \cdot 7 \cdot 9,26) - \frac{h}{6kEJ} 2 \cdot 4 \cdot 24,71 = \frac{0,013}{EJ} = \frac{0,013}{10^7} \approx 0.$$

Равенство нулю величины  $\Delta_{sp}^*$  свидетельствует о том, что вертикальное и горизонтальное перемещения правого опорного сечения рамы по направлениям приложенных единичных сил отсутствуют. Это соответствует заданной схеме конструкции. Значит, эпюра моментов построена верно.

**Построение эпюры поперечных сил.** Эпюра поперечных сил  $Q$  строится по готовой эпюре изгибающих моментов  $M$ .

На участке АС, где эпюра  $M$  ограничена параболой, т. е. действует равномерно распределенная нагрузка, поперечную силу определяем с помощью балочной аналогии. Вырежем этот участок (рисунок 11, а). Приложим к сечениям А, С известные моменты и пока неизвестные поперечные силы.

Моменты направляем так, как следует из эпюры изгибающих моментов  $M$  (см. рисунок 8, б): эпюра построена на растянутых волокнах, значит, в точке  $A$  растянуты левые волокна, а в точке  $C$  – правые. Поперечные силы считаем положительными, т. е. они вращают рассматриваемый участок по часовой стрелке (см. рисунок 11, а).

Составим уравнения равновесия:

$$\sum M_C = qh^2/2 - Q_A h + 40,90 + 110,39 = 0;$$

$$\sum M_A = -qh^2/2 - Q_C h + 40,90 + 110,39 = 0;$$

из них

$$Q_A = qh/2 + (40,90 + 110,39)/h = 22 \cdot 4/2 + 151,29/4 = 81,82 \text{ кН};$$

$$Q_C = -qh/2 + (40,90 + 110,39)/h = -22 \cdot 4/2 + 151,29/4 = -6,18 \text{ кН}.$$

Для проверки составим уравнение проекций всех сил на горизонтальную ось:

$$\sum Z = Q_C - Q_A + qh = -6,18 - 81,82 + 22 \cdot 4 = 0.$$

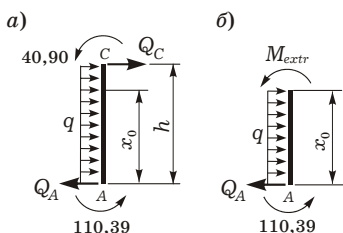


Рисунок 11

Полученные значения  $Q_A$ ,  $Q_C$  откладываем на эпюре  $Q$  и соединяем прямой линией (рисунок 12).

Проведем сечение на расстоянии  $x_0$  от начала участка (рисунок 11, б). Поперечная сила в нем равна нулю, а изгибающий момент экстремален ( $M_{extr}$ ). Составим уравнение проекций на горизонтальную ось:

$$Q_A - qx_0 = 0;$$

откуда

$$x_0 = Q_A / q = 81,82 / 22 = 3,72 \text{ м}.$$

Экстремальный изгибающий момент

$$M_{extr} = -110,39 + Q_A x_0 - qx_0^2 / 2 =$$

$$= -110,39 + 81,82 \cdot 3,72 - 22 \cdot 3,72^2 / 2 = 41,76 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Отмечаем полученное значение на эпюре моментов (см. рисунок 8, б).

Для вычисления значений поперечных сил на участках рамы, где эпюра  $M$  прямолинейна, используем дифференциальную зависимость  $Q = dM/dz$ . Поперечная сила, как первая производная от изгибающего момента, равна тангенсу угла наклона эпюры моментов. *Правило знаков* следующее: сила  $Q$  считается положительной, если для совмещения оси стержня с эпюрой  $M$  ось вращают по часовой стрелке.

На участке  $CD$  получим

$$Q_{CD} = -(40,90 + 44,71)/l =$$

$$= -85,61/5 = -17,12 \text{ кН};$$

на участке  $EB$

$$Q_{EB} = 24,71/h = 24,71/4 = 6,18 \text{ кН}.$$

Сила  $Q_{CD}$  отрицательна, так как для совмещения оси участка  $CD$  с эпюрой  $M$  необходимо произвести вращение против часовой стрелки;  $Q_{EB}$  положительна, так как ось необходимо вращать по часовой стрелке.

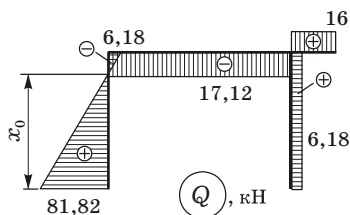


Рисунок 12



В точке  $K$  и на всей консоли  $Q_K = F = 16$  кН. По рассчитанным ординатам строим эпюру поперечных сил (рисунок 12).

**Построение эпюры продольных сил.** Эпюру продольных сил  $N$  строим по готовой эпюре  $Q$ . Отсечем консоль и рассмотрим ее равновесие (рисунок 13, а). Очевидно, что в точке  $K$  и на всей консоли  $N_K = 0$ .

Вырежем жесткие узлы рамы. В сечениях приложим поперечные и продольные силы (рисунок 13, б). Положительные поперечные силы направим

так, чтобы они вращали узлы по часовой стрелке, отрицательные – против часовой стрелки (см. рисунок 12). Все продольные силы  $N$  считаем положительными – растягивающими.

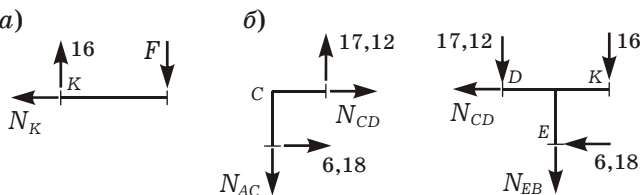


Рисунок 13

Составим уравнения равновесия узлов в виде сумм проекций всех сил на вертикальную и горизонтальную оси. Для узла  $C$

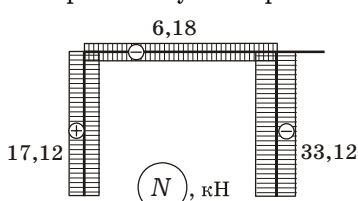


Рисунок 14

$$\sum Y = 17,12 - N_{AC} = 0; \quad N_{AC} = 17,12 \text{ кН};$$

$$\sum Z = 6,18 + N_{CD} = 0; \quad N_{CD} = -6,18 \text{ кН}.$$

Для узла  $DEK$

$$\sum Y = -17,12 - 16 - N_{EB} = 0;$$

$$N_{EB} = -33,12 \text{ кН};$$

$$\sum Z = -6,18 - N_{CD} = 0; \quad N_{CD} = -6,18 \text{ кН}.$$

Знак «минус» указывает на то, что стержни  $CD$  и  $EB$  сжаты. По полученным данным строим эпюру  $N$  (рисунок 14).

**Статическая проверка равновесия рамы.** Отсечем раму от опор в точках  $A$  и  $B$  (рисунок 15) и приложим в них внутренние усилия, взятые из эпюр  $M$ ,  $Q$ ,  $N$ . При этом силы  $Q$  и  $N$  прикладываем с их реальными направлениями, т. е. с учетом знака. Составим уравнения равновесия рамы.

Сумма проекций всех сил на горизонтальную и вертикальную оси

$$\sum Z = -81,82 - 6,18 + qh = -88 + 22 \cdot 4 = 0;$$

$$\sum Y = -F - 17,12 + 33,12 = -16 - 17,12 + 33,12 = 0.$$

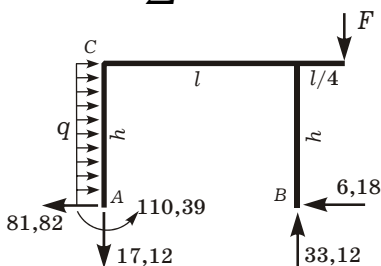


Рисунок 15

Подсчитаем сумму моментов всех сил относительно точки  $C$ . При выборе точки стараемся, чтобы в уравнение вошло как можно больше сил и моментов.

$$\sum M_C = 110,39 + 33,12 \cdot l + qh^2 / 2 -$$

$$- 81,82 \cdot h - 6,18 \cdot h - F(l + l/4) =$$

$$= 110,39 + 33,12 \cdot 5 + 22 \cdot 4^2 / 2 -$$

$$- 81,82 \cdot 4 - 6,18 \cdot 4 - 16 \cdot (5 + 5/4) = 0.$$

Рама находится в равновесии, следовательно, эпюры построены верно.